

1. LO QUE EL PROFESOR NECESITA SABER

Las características de las situaciones-tipo que se presentaran son representadas por una...

...resolución de problemas como **diagnostico de dificultades y errores conceptuales**. Los desafíos de invención-reconstrucción que se proponen con cada modelo dejan al descubierto la calidad de la adquisición de los conocimientos que posee el alumno; puntos de referencia para que el profesor dirija la enseñanza: avanzar desde el acierto; corregir los contenidos mal asimilados que han provocado el error⁴⁵.

...**flexibilidad y apertura**. Adaptación al alumno, pluralidad de alternativas de aprendizaje; dinamismo. Situaciones problemáticas que contemplen unas pautas correlativas de actuación sin fijarlas a un dogmatismo cerrado y sistemático.

...**dimensión formativa**. La capacidad de formar a partir de la resolución de problemas en un desarrollo cognoscitivo, social y afectivo.

...**amplitud de contextos**. Una resolución de problemas que propone situaciones en las que se reconoce la oportunidad de extender el contexto de la validez de los conocimientos. No debe entenderse esta característica como un "planteamiento global"; *la globalización* está confusamente definida y sujeta a múltiples interpretaciones⁴⁶.

⁴⁵.- En este sentido, no compartimos la opinión que les merece a los profesores Puig y Cerdan (1988: 41) la invención de problemas, que califican de ingenua. Una ingenuidad que se apoya en el resultado de la invención de una *historia* a partir de una expresión matemática. El argumento es una cita de Nesher (1980: 41-48), que al pedir a un alumno (siete años) que inventase una *historia* a partir de la expresión: $1 + 6 = 7$, produjo el siguiente enunciado: "Mama compro una plancha y luego compro seis planchas mas. Ahora tiene siete planchas", y que otro alumno (seis años), para $3+4$, dijo: "Me comí tres tazas y cuatro platos..."

Un superficial análisis de los enunciados presentados nos muestra, respecto al primer alumno, que no tiene en su mente la formalización de la presentación expresiva de un problema, y no que haya cometido error alguno. ¿Por qué tiene que saber este alumno que lo que hay después del signo igual es la respuesta a una pregunta?, ¿por qué la igualdad presenta el contenido de la pregunta?, ¿por que no es cierto que tenga ahora siete planchas?, ¿por que tiene que entender el alumno que inventar una *historia*, **significa** que el adulto que se lo propone quiere que invente un enunciado con una pregunta? Respecto al segundo alumno, es importantísimo lo que nos ha mostrado: un posible error del concepto suma, en una no acertada aplicación con distintas clases de elementos. Pero eso no es un posible error de resolución de problemas, es un error por mala asimilación en una didáctica operacional, cuya función es del maestro. Nos hemos referido a este alumno siempre desde un *posible error*; debido a que para considerarlo error habría que dialogar con él. Si observamos la *clase* tazas y la *clase* platos vemos que es posible que este alumno los ligue, en su experiencia, a una sola *clase de elementos*, esos "cacharritos" con los que el juega. Entonces, la intención sería buena, aunque no la expresión, que habría que canalizar ortodoxamente desde el vocabulario que él ha empleado.

Seguramente, estos errores no hubiesen aparecido en la resolución de un problema ya creado por el profesor: "En la mesa hay una taza. Traen seis tazas más. ¿Cuántas tazas hay, ahora, en la mesa?" Los niños lo resuelven: $1+6=7$, y todos tan contentos. Pero la enseñanza no se desarrolla al ocultar los errores, sino al descubrirlas.

Por otro lado, si calificamos de ingenua la actividad por el hecho de que el alumno la realice mal. y extendiésemos esta verdad, tendríamos que considerar ingenuos todos los problemas propuestos que el alumno no logre resolver con éxito. Así, podríamos decir, los problemas que poseen en su contenido implícito relaciones multiplicativas son ingenuos porque, ante esta situación: "Un mueble tiene cinco estanterías. En cada estantería hay 7 libros, y sólo siete. ¿Cuántos libros hay en ese mueble?", un grupo considerable de alumnos produjo la siguiente resolución: $5 + 7 = 12$. La ingenuidad del maestro consiste en considerar ingenuo lo que hace el alumno.

⁴⁶.- "Algunas muestras de enseñanza 'global' advierten que el alumno puede aprender a sumar a partir

de los árboles de un paisaje de su entorno, atendiendo, al mismo tiempo, al concepto árbol en relación con el término paisaje sin evitar la participación oral, en gran grupo, para identificar las letras de "árbol" y "paisaje", familiarizándose con el nombre propio de cada uno de sus compañeros e interesándose por la primera letra pronunciada desde la aclaración por parte del profesor, que ésta se escribe con mayúscula, para finalizar dibujando, en el área de expresión artística, un árbol que sirva a la vez como test psicológico para determinar algunas características de la personalidad del alumno. Como actividad evaluativa cabría destacar la resolución del siguiente problema: "¿Cuántas letras tienen en total la palabra árbol y la palabra paisaje? Pinta el árbol que tenga la respuesta correcta' (a este fin se les presentan a los niños tres árboles con diez, once y doce hojas respectivamente).

Me parece ineficaz en cuanto contenido didáctico y poco respetable en un contexto pedagógico. Que yo cuente como actividad las letras de la palabra árbol nada dice de una actividad distinta a contar. (...). No esto justificando la dispersión y el aislamiento en el aprendizaje. Admito la relación de conocimientos pero no encuentro sentido en la relación de no saberes. [...]

En cuanto a una perfecta dinámica de relaciones a partir de los saberes, el pensamiento se desarrolla globalmente, pero la verdad de esta proposición no implica la verdad de su recíproca; *Lo global desarrolla el pensamiento*. No es en la superficialidad sino en la profundización desde donde se consigue una mayor relación y aplicación de conceptos. Por ello, es inevitable, a cualquier edad, el reconocimiento, en una misma metodología, de didácticas específicas [...]

Que una potencia calcule situaciones volumétricas de un cajón con forma de cubo no quiere decir que una potencia sea un cajón de determinadas dimensiones [...]. La mayoría de las veces lo que se globaliza son formas de representación, nombres o consecuencias y no los conceptos en sí, que sólo pueden ser relacionados. Hay que distinguir los materiales que se utilizan para generar ideas matemáticas de la naturaleza de esos materiales; no se pueden mezclar las ideas generadas con las propiedades de lo que se manipula, se ve o se escucha. Que la manzana sea utilizada como proceso de aprendizaje para el concepto uno no quiere decir que tengamos que mezclar el número con el sabor, el color y la textura" (Fernández Bravo, 1995b: 34-37).

2. METAMODELOS PROCEDIMENTALES: EJEMPLOS Y... MÁS EJEMPLOS

Los siguientes metamodelos procedimentales para el aprendizaje de la resolución de problemas han surgido de la clasificación rigurosa y atenta de los procedimientos mentales de nuestros alumnos cuando han vivido el acto de pensar. A dicho conocimiento se ha llegado en el tiempo, mediante el ciclo científico: *Observación-Experimentación-Observación*.

Saber pensar es necesario, pero no es suficiente. Saber pensar y saber trabajar esclarece más el sentido de los metamodelos que se exponen a continuación:
Generativos; de Estructuración; de Enlaces; de Transformación; de Composición; de Interconexión.

Con estos seis metamodelos aparecen cuarenta y nueve modelos de situaciones problemáticas.

Generativos. Deberían ser las primeras situaciones a las que se enfrentase el alumno, aunque no deban ocupar únicamente esos primeros lugares. Desarrollan la confianza y seguridad de los alumnos en sí mismos.

Ayudan a generar ideas y a utilizar el razonamiento lógico. La operación queda subordinada al pensamiento, del que se desprende divergencia y flexibilidad. Ayudan a percibir la estrategia como vía de solución y a buscar, a posteriori, la operación válida para dar cuerpo al proceso de resolución. El número es algo secundario. Permiten retener el desafío central a partir del cual se reflexiona. Se percibe la importancia de la no-arbitrariedad en los problemas. Se desarrolla la atención, la actitud crítica, la capacidad de tolerancia, colaboración y solidaridad respecto a las ideas de los demás.

MODELOS GENERATIVOS:

1.- **Situaciones sin número. Se presenta un problema en cuyo enunciado y pregunta no aparecen datos numéricos. Para llegar a la solución no se necesita operación alguna.**

** Se deja caer una pelota que está encima de un armario y una pelota que está encima de una silla.

¿Qué pelota llegará antes al suelo? ¿Se han dejado caer las dos pelotas a la vez? ¿Dónde has supuesto que estuviera la silla? ¿Es el armario más alto que la silla? ¿Podría estar la silla en

una posición más alta que el armario?

* Arturito le contaba a su profesor la tremenda injusticia que, según él, había tenido que soportar el fin de semana.

"El sábado vinieron a visitarnos unos familiares muy queridos. Cuando estábamos comiendo todos juntos mamá nos dio una gran alegría diciéndonos que esperaba un hijo. ¡Qué ilusión!, un hermanito - dije emocionado. Mamá comunicó a todos los presentes que ella siempre quiso un hermano o hermana y que como nunca lo tuvo no quería que yo fuese hijo único, como mi papá. Después de comer, algunos de nosotros nos pusimos a jugar en otra habitación. Fue allí donde se rompió un precioso jarrón. Yo les expliqué lo que había pasado. No me hicieron caso y me castigaron. Pero yo no fui. Me llevé todo el castigo y el que lo rompió fue mi primo Ismael".
¿Crees que Arturito cuenta la verdad?

2.- *Informaciones de las que se puede deducir algo. Se presentan informaciones, sin pregunta alguna: puede ser una frase, una portada de un libro, un cartel publicitario, una lista de precios... La realización de la actividad consiste en deducir ideas y clasificarlas en lógicas -aquellas que son verdad o mentira para todos- y no lógicas, así como en posibles -muy posibles, poco posibles- e imposibles.*

** Roberto tiene monedas de € y Sonia monedas de 50 céntimos.

** - La altura de una botella de vino es menor que la altura de una botella de agua.

- La capacidad de la botella de agua es mayor que la capacidad de la botella de vino.

- La botella de vino vacía pesa más que la botella de agua en las mismas condiciones.

3.- *Situaciones cualitativas. Se presenta un enunciado y una pregunta con sentido lógico pero de forma incompleta para llegar a la solución. Se va completando todo lo que se necesite en la medida en que el alumno lo vaya pidiendo.*

** El lunes leí las 30 primeras páginas de un libro que empecé. El martes acabé. ¿Qué día leí más páginas de ese libro?

** Sí sumo dos números el resultado es 10. ¿Cuál es el resultado de sumar tres números?

** Se quiere llenar de agua una pequeña piscina de plástico y para ello se abren cuatro grifos, de los que sale la misma cantidad de agua durante 56 minutos. La piscina se llena. ¿Cuántos litros de agua caben en esa piscina?

4.- *Enunciados abiertos. Se le da al alumno una información: a partir de una frase, de una foto, de un dibujo, de un esquema, de un titular de un periódico, un prospecto, una programación de televisión... Su labor consiste en inventar una situación problemática en la que utilice esa idea.*

** Inventa un problema y resuélvelo a partir de lo que te sugiera una de estas frases:

"Muchos de los accidentes son por culpa del alcohol".

"Una buena alimentación ayuda a no coger mucho peso".

** Inventa un problema y resuélvelo a partir de tu interpretación sobre el siguiente esquema:

62	
13	49

5.- *Problemas de lógica. No interviene el algoritmo. Utilización del razonamiento por deducción, inducción y analogía.*

** Ayer fue viernes. - Dije ayer. ¿Qué día será mañana?

** En una bolsa opaca hay tres bolas. Una de color verde, otra de color rojo y otra de color amarillo. Tres niños A, B y C sacan cada uno una bola. El niño que saque la bola amarilla

cantará una canción, el que saque la bola roja tocará el órgano y el que saque la verde acompañará el espectáculo tocando la armónica. Los tres niños han cogido bola y sólo la han visto ellos. Cuando se les pregunta por la bola que han sacado, el niño A dice que ha sacado la bola verde, el niño B dice que no ha sacado la amarilla, el niño C dice que no ha sacado la roja.

Sabiendo que uno, y sólo uno, de los niños miente, averigua quién canta, quién toca el órgano y quién la armónica. Te diremos que el niño A no toca el órgano.

De estructuración. Ayudan a estructurar mentalmente las partes que componen el problema: Enunciado, pregunta, resolución, solución. Se percibe la importancia de cada una, la relación que tienen y la no-arbitrariedad entre ellas. Al implicar al alumno en la construcción del problema interpreta mentalmente la situación problemática, utilizando las operaciones matemáticas como instrumentos para la resolución de las estrategias elegidas; distingue la solución del problema de la resolución de éste y es capaz de estimar con razonamiento lógico la validez del resultado debido a que ha utilizado la reversibilidad de los procesos operativos como técnica de verificación. Se es consciente de que un mismo resultado se puede corresponder con diferentes situaciones planteadas; donde un alumno suma, otro resta. Del mismo modo se es consciente de que una misma operación o conjunto de operaciones da lugar a la creación de una amplia diversidad de situaciones. Se observan interesantes razones para respetar las ideas de los demás.

MODELOS DE ESTRUCTURACIÓN:

6.- ***Inventar y resolver un problema a partir de una solución dada.*** El alumno creará el enunciado, la pregunta y el proceso que se pueda corresponder con la solución de partida,

** Inventa un problema cuya solución sea 16 páginas.

7.- ***Inventar y resolver un problema a partir de una expresión matemática.*** Creación de un enunciado y pregunta que se corresponda con el contenido de relación aplicativa de la expresión de partida.

** Inventa un problema que se resuelva mediante la siguiente expresión matemática: $(16 + 7 - 4) \times 5$.

8.- ***Inventar y resolver un problema cumpliendo dos condiciones: llegar a la solución dada y aplicar la/s operación/es indicada/s.***

** Inventa y resuelve un problema. Operaciones (+ y -) Solución: 796.

Un dato numérico del enunciado no se debe utilizar en la resolución del problema -(Dato no significativo).

9.- ***Inventar y resolver un problema cumpliendo dos condiciones: llegar a la solución que se nos ha indicado y utilizar (todos/no todos) los datos numéricos que se nos han dado.***

** Elige entre estos datos: 315, 201, 192, 798, 405, para inventar un problema cuya solución sea 597 sellos.

Enlaces. Ayudan a encontrar la concordancia lógica entre enunciado-pregunta-solución; se trabaja con variables de relación entre estas partes: variables sintácticas, lógicas, matemáticas, creencias sociales, experiencias propias. Desarrollan la atención y la prudencia en el trabajo. Evitan la

dependencia de la asociación de formas lingüísticas con la aplicación de operaciones. No interviene el azar en la utilización de los datos; se percibe el significado de éstos dentro de la situación problemática. Se comprende que no todos los problemas presentan datos numéricos y que no todos los datos de un problema son numéricos.

MODELOS DE ENLACES:

10.- Expresar preguntas y responderlas a partir de un enunciado dado. La labor del alumno consiste en crear preguntas que se puedan contestar teniendo en cuenta, únicamente, el enunciado de partida.

** Escribe preguntas que se puedan responder a partir del siguiente enunciado: "Sonia ha estado viendo la televisión 137 minutos. Ramón ha estado viendo la televisión 29 minutos menos que Sonia".

11.- Expresar las preguntas que se corresponden con el enunciado y la operación. Se tiene un enunciado y preguntas en blanco. Cada una de esas preguntas lleva indicada la operación que se tiene que utilizar para obtener sus respuestas.

** Escribe preguntas a partir del siguiente enunciado, fijándote en la operación que tienes que utilizar para responderlas:

"Joaquín tiene dos cuadernos de Plástica. El cuaderno número 1 es para pintar y le ha costado 5 €. El número 2 es para recortar y le ha costado 3 €." ¿_? Operación: Sumar; ¿_? Operación: Restar.

12.- Expresar las preguntas que se corresponden con el enunciado y la expresión matemática. Se tiene un enunciado y preguntas en blanco. Cada una de esas preguntas señala la expresión matemática que se debe utilizar en el proceso de resolución.

** Un señor A gana en cuatro meses 7.200 €. Un señor B gana en un año 25.200 €. Un señor C gana en 24 meses 49.200 €.

Sabiendo que las mensualidades de cada uno son siempre iguales, escribid la pregunta, según corresponda.

¿_____? $(7.200 : 4)$; ¿_____? $(25.200 : 12) \times 5$

¿_____? (7.200×3) ; ¿_____? $(49.200 : 2)$

¿_____? $(25.200 : 4)$; ¿_____? $(49.200 : 24) \times 12$

¿_____? $(7.200 : 4) + 7.200$; ¿_____? $(25.200 : 365)$

13.- Expresar las preguntas que se corresponden con el enunciado y la solución. Se presenta un enunciado con preguntas en blanco. Cada pregunta tiene una solución dada.

** Escribe la pregunta, según corresponda.

La catedral de Sevilla se comenzó a construir en el año 1402 y se terminó en el año 1519. Su planta es rectangular.

La catedral de Santiago de Compostela, en Galicia, se construyó del año 1075 al año 1128.

¿_____? Sol.: 274 años

¿_____? Sol.: 4.692 meses

¿_____? Sol.: No

¿_____? Sol.: La catedral de Santiago

¿_____? Sol.: No se puede saber con los datos que se tienen

14.- Inventar un enunciado que se pueda corresponder con una pregunta dada, y resolver el problema utilizando todos los datos del enunciado/sin utilizar todos los datos del enunciado.

** Inventa un enunciado y resuelve el problema:

¿Cuántos libros tengo que meter en cada caja sabiendo que en cada caja hay un libro más que en la anterior?

15.- Inventar un enunciado que se corresponda con una pregunta dada y una solución dada, y resolver el problema utilizando todos los datos del enunciado/sin utilizar todos los datos del enunciado.

** ¿Cuántas páginas le quedan a Susana por leer? Sol.: 32

16.- Inventar un enunciado que se corresponda con una pregunta dada y la operación/es a seguir en el proceso de resolución, y resolver el problema.

** Inventa un enunciado para cada una de las siguientes preguntas. Resuelve los problemas con la operación que se indica en cada caso:

¿Cuántas gallinas hay dentro del corral? Operación: Sumar. ¿Cuántas gallinas hay dentro del corral? Operación: Restar.

** Inventa un enunciado y resuelve el problema:

¿Cuántos € perdió Miguel? Operación: Sumar.

17.- Inventar un enunciado que se corresponda con una pregunta dada y el proceso de resolución dado.

** Se te presenta la pregunta y el proceso de resolución de un problema. Escribe un enunciado que se corresponda utilizando tres datos numéricos, y sólo tres.

Cuánto costó cada regalo?

$$57 - 8 = 49;$$

$$57 + 49 = 106;$$

$$106 - 30 = 76$$

Solución: _____ €. ; _____ €. ; _____ ^ ____ €.

** Escribe un enunciado que se corresponda con la pregunta y el proceso de resolución:

¿Cuántas patas podemos contar en el corral de la señora Lola?

$$7 \times 4 = 28 \text{ patas.}$$

$$6 \times 2 = 12 \text{ patas } 28 + 12 = 40 \text{ patas.}$$

18.- Inventar un enunciado que se corresponda con una pregunta dada, la solución del problema dada y los datos numéricos dados que deben aparecer en el enunciado. Resolver el problema utilizando todos los datos del enunciado/sin utilizar todos los datos del enunciado.

** Selecciona los datos numéricos que se indican para construir los enunciados de los tres problemas siguientes.

Datos: 9, 12, 6, 4, 8, 10, 7

¿Cuántas estrellitas se hicieron para adornar la clase? Se hicieron 48 estrellitas para adornar la clase.

¿Cuántos dibujos pusieron en la pared del pasillo entre las tres clases? Pusieron 25 dibujos.

¿Cuántas excursiones hicieron los niños de tercero más que los niños de segundo? Hicieron 3 excursiones más.

19.- Inventar un enunciado que se corresponda con varias preguntas dadas. Se presentan varias preguntas. La labor del alumno consiste en crear un enunciado, y sólo uno, capaz de dar respuesta a todas y cada una de las preguntas presentadas.

** Inventar un enunciado, y sólo uno, que te permita responder a estas dos preguntas:

¿Cuántos minutos esperó Luis más que Arturo? ¿Cuántos minutos esperó Arturo menos que Sara?

20.- Inventar un enunciado, y sólo uno, con el que se pueda responder, y mediante las operaciones indicadas, a todas y cada una de las preguntas dadas. Se presentan varias preguntas acompañadas de la indicación de operación/es que se tienen que aplicar para llegar a su respuesta.

** Inventar un sólo enunciado para que puedas resolver las dos preguntas siguientes, atendiendo a las condiciones que se indican:

¿Cuántos pasteles había en las siete bandejas? Operación: X. ¿Cuántos pasteles quedaron?⁹
Operación: +.

21.- Inventar un enunciado, y sólo uno, que se corresponda con varias preguntas dadas y las soluciones que acompañan a todas y cada una de ellas. Comprobar el problema.

** Inventar un sólo enunciado que se corresponda con las preguntas y sus soluciones.

¿Cuántas encinas y cuántos pinos contó Miguel? 380 árboles, entre encinas y pinos.

¿Cuántos robles y cuántas encinas contó Miguel? 296 árboles, entre encinas y robles.

¿Cuántos pinos contó Miguel? 86.

** Inventar un sólo enunciado que se corresponda con las preguntas y sus soluciones.

¿Cuántos litros de vino hay en los tres barriles? 290 litros.

¿Cuántos litros de vino hay en el barril A más que en el barril C? 10 litros.

¿Cuántos litros de vino hay en dos de esos barriles? 200 litros.

22.- Inventar un enunciado, y sólo uno, en el que aparezcan los datos numéricos dados utilizando todos en el proceso/sin utilizar todos en el proceso, que se corresponda con varias preguntas dadas y las soluciones que acompañan a todas y cada una de ellas.

** Elige entre los siguientes datos para construir un solo enunciado que se corresponda con las preguntas y soluciones dadas: 1.050, 3, 9, 12, 150.

¿Cuánto dinero ha puesto cada amigo? 350 €.

¿Cuántas tortillas se han comprado? 3.

De transformación. Utilización de una diversidad de enfoques y pluralidad de alternativas. Hay un dinamismo de relaciones mentales que implican el desarrollo de un pensamiento matemático. Se consolidan conceptos. Se provoca la atención a los elementos con que se representan las magnitudes que intervienen en las situaciones. Utilización de método de análisis y método de síntesis. Ayudan a la auto-corrección y a establecer relaciones de semejanza y diferencia entre las estrategias de resolución de situaciones problemáticas.

MODELOS DE TRANSFORMACIÓN:

23.- Cambiar los datos necesarios del problema, que ya ha sido resuelto, para obtener una solución dada y distinta a la que ya se obtuvo anteriormente.

** Sara sale de su casa con 2.000 €. Gasta 6 € en el cine y 5,80 €. en un taxi para volver a casa. Antes de coger el taxi entró en unas tiendas. Volvió a casa con 2,40 €. ¿Compró algo en aquellas tiendas?

¿Qué cambiarías del enunciado para que la solución fuese: NO?

24.- Cambiar los datos del problema, que ya ha sido resuelto, para obtener la misma solución que se obtuvo anteriormente. Se parte de un problema fácil y posible de realizar por todos los alumnos. Se van cambiando los datos por otros más complejos, pero equivalentes, para que no hagan variar la solución del problema.⁴⁷

** María tiene 150 €. Su papá le da 38 €. Ahora María tiene mucho dinero y decide gastarse 59 € en pegatinas. ¿Cuántos € le quedan a María después de gastarse ese dinero en pegatinas?

Cambia dos datos numéricos del enunciado sin que varíe la solución del problema.

Cambia todos los datos numéricos del enunciado sin que varíe la solución del problema.

¿Podrías cambiar un solo dato del enunciado sin que varíe la solución del problema?

⁴⁷.- Este tipo se apoya en el principio didáctico que podríamos identificar por "sencillez-fecundidad". Partir de un problema muy sencillo para el grupo de niños/as al que dirijamos la actividad y realizar tres cambios de los datos por otros equivalentes. El problema resultante (al que hemos decidido llamarle problema "carnaval", por el disfraz de los datos) se pasa a otros compañeros que lo intentarán resolver y que será corregido por aquellos niños/as que lo inventaron. Es una técnica interesante para el aprendizaje de la resolución de problemas con relaciones complejas. Observemos que los datos numéricos de los ejemplos tratados pertenecen al campo de los números naturales (no se puede aburrir cuando la extensión de una idea es de simple evidencia), pero muy bien podríamos trabajar con otros campos numéricos; expresemos un ejemplo a partir del concepto "fracción operador" y del concepto "fracción equivalente": Supongamos que el problema de partida es el siguiente: "Tengo 5 €. y me gasto 2. ¿Cuántos € me quedan?"; primer cambio (sobre 5 y 2): "Tengo $\frac{1}{4}$ de 20 €, y me gasto los € que equivalen a $\frac{1}{8}$ de 16 €. ¿Cuántas...?"; segundo cambio: "Tengo $\frac{7}{28}$ de $\frac{2}{3}$ de 30 € y me gasto... $\frac{1}{8}$ de $\frac{1}{2}$ de 32 €. ¿Cuántos...?"; tercer cambio (problema carnaval): "Tengo $\frac{7}{28}$ de $\frac{12}{18}$ de $\frac{4}{2}$ de 15 € y me gasto... $\frac{7}{56}$ de $\frac{4}{8}$ de $\frac{4}{7}$ de 56 €. ¿Cuántos...?"

25.- Añadir o eliminar información de un problema, que ya ha sido resuelto, partí que la solución no varíe.

** Resuelve el siguiente problema y, una vez resuelto, redáctalo dejando la mínima información que te permita llegar a la solución del problema sin que ésta varíe:

"Un señor, que es dueño de una tienda, tiene, actualmente, 57 años y es padre de tres hijos de edades consecutivas. La suma de las edades de sus hijos es 78 años. El primero de ellos nació cuando este señor tenía 30 años, el segundo cuando tenía 31 años y el tercero cuando tenía 32 años. ¿Qué edad tienen, actualmente, los hijos de este señor?"

26.- Cambiar los tiempos verbales en los que se expresa un problema, que ya ha sido resuelto. Resolver el nuevo problema. Observar y comparar las soluciones de ambos.

** Resuelve los siguientes problemas y observa sus soluciones:

- Juan se gastó 15 € de los 100 € que le dio su abuela. ¿Cuántos € le quedan del dinero de su abuela?

- Juan se gastará 15 € de los 100 € que le dio su abuela. ¿Cuántos € le quedan del dinero de su abuela?

27.- Cambiar lo que sea necesario, y sólo si es necesario, de un problema, para que el proceso de su resolución, que se presenta, sea correcto.

** El cubo rosa pesa 8 Kg., el cubo azul pesa 12 Kg. y el cubo verde pesa 15 Kg. ¿Cuántos Kg. pesan todos los cubos?

8 litros + 12 litros + 15 litros = 35 litros caben en los tres cubos llenos.

** " Un niño reparte entre sus cinco amigos 85 cromos que tiene repetidos. ¿Cuántos cromos recibe cada niño?"

$85 : 5 = 17$: 17 cromos.

28.- Averiguar el dato falso de un problema, dándoles la solución correcta. Existe un dato, y sólo uno, que no nos permite llegar a la solución expresada.

** Averigua el dato erróneo del enunciado y cámbialo para que la solución sea correcta.

Jaime invita a ocho de sus amigos a su cumpleaños. Entre todos se comen una caja de 40 galletas. Todos se comen el mismo número de galletas. ¿Cuántas galletas se come cada uno?
Sol.: 5 galletas

** Averigua el dato falso del enunciado, sabiendo que hay uno, y sólo uno, y que la solución del problema es la correcta.

"En una hucha hay el mismo número de monedas de cada clase. Hay doce monedas de 25 € doce monedas de 1 €. y doce de 10 €." ¿Cuánto dinero hay en esa hucha? Sol.: 480 €.

29.- Cambiar la pregunta de un problema, que ya ha sido resuelto, para que la nueva solución sea la misma que la que se obtuvo anteriormente.

** Un niño tiene en su hucha tres billetes de 20 €, diez billetes de 5 €. y tres billetes de 10 €. ¿Cuántas clases distintas de billetes tiene en su hucha?

30.- Cambiar el orden en el que aparecen las proposiciones del enunciado de un problema, que ya ha sido resuelto. Resolver el nuevo problema. Observar y comparar ambas soluciones,

** Resuelve los siguientes problemas. Observa sus enunciados y compara sus soluciones:

- Tengo tres sobres de cromos. En cada sobre siempre vienen 5 cromos. Me compro dos sobres de cromos. ¿Cuántos cromos tengo ahora?

- Me compro dos sobres de cromos. Tengo tres sobres de cromos. En cada sobre siempre

vienen 5 cromos. ¿Cuántos cromos tengo ahora?

31.- Cambiar la expresión afirmativa/negativa de las proposiciones de un enunciado. Se resuelve un problema en cuyo enunciado intervienen dos, y sólo dos proposiciones. Una vez resuelto, se niega la primera proposición, y sólo esa. Se crea un nuevo problema que se resuelve. A continuación, se niega la segunda proposición, y sólo esa. Se crea un nuevo problema que se resuelve. El último paso consiste en negar las dos proposiciones, se resuelve el problema resultante. Se observan las dificultades de precisar la solución, se comparan las cuatro soluciones.

** Juan se gastó más dinero que Luis. Luis se gastó más dinero que Javier. ¿Quién de los tres se gastó más dinero?

32.- Cambiar la conjunción por disyunción, y viceversa. Resolver los problemas. Observar y comparar las soluciones.

** Compraré un kilo de lentejas de 0,56 €/kilo y, compraré dos kilos de judías pintas de 0,87 €/kilo o tres kilos de judías blancas de 0,72 €/kilo. ¿Cuánto dinero pagaré por esa compra?

33. Negar las proposiciones del enunciado de un problema y cambiar la pregunta para que la solución no varíe. Los pasos son los mismos que se han seguido en el modelo 31; la diferencia consiste en que el alumno, una vez realizadas las negaciones, cree una pregunta para todos y cada uno de los nuevos problemas, de tal manera que su solución sea la misma.

** Pedro tiene más años que María. Juan nació antes que Pedro. ¿Quién de los tres es el mayor?

34.- Buscar la correspondencia enunciado-pregunta-solución.

Se dan varios enunciados, varias preguntas y varias soluciones u operaciones, desordenadas pero que se corresponden entre sí. El trabajo del alumno consiste en buscar la correspondencia enunciado-pregunta-solución.

!* Algunas de las siguientes expresiones matemáticas sirven para resolver las siguientes situaciones problemáticas. Averigua cuáles son:

762×6 ; $762 - 6$; $762 + 6$; 762×9 ; $762 - 9$; $762 + 9$; 1503×4 ; $34 + 98$;

- En una biblioteca hay seis salas de lectura. Cada una de esas salas tiene 762 libros. Sólo una sala está, hoy, abierta a la lectura. En este momento hay 9 personas leyendo. ¿Cuántos libros tendrías para elegir si vas a leer en este momento, a esa biblioteca?

- En una biblioteca, que se abre por vez primera a las nueve de la mañana de hoy, hay seis salas de lectura. Cada una de esas salas tiene 762 libros. ¿Cuántos libros hay en la biblioteca a las 9 de la mañana de hoy?

- En una biblioteca hay seis salas de lectura. Se han prestado seis libros, y sólo esos, de una sola sala de lectura, quedando, en esa sala, 762 libros para leer. ¿Cuántos libros había en esa sala antes de realizar ningún préstamo?

35. Mezclar las preguntas de dos problemas. Se presentan dos enunciados de dos problemas distintos. Las preguntas que se corresponden con cada uno de estos enunciados se han mezclado generando un "sinsentido" de palabras. La realización de la actividad consiste en resolver los dos problemas.

** Se han mezclado las preguntas de los dos problemas siguientes. Descífralas y resuelve los problemas.

"Para ir de excursión. 115 niños contratan dos autobuses. En uno de esos autobuses viajan 57 niños".

"En la biblioteca hay 369 libros de cuentos y 235 libros de poesía.

¿Cuántos en la biblioteca viajan hay ¿en el otro cuentos? niños Cuántos libros de autobús y de poesía?

36.- Cambiar los datos de un problema, o problemas, dentro del mismo, o entre ellos. Se advierte al alumno que todos o algunos de los datos que aparecen se han cambiado y no ocupan el lugar que les corresponde. Su labor consiste en dar respuesta a la pregunta del problema o problemas.

** Ningún dato numérico del siguiente problema está donde le corresponde. Resuelve el problema.

"Tengo 10 €. Una bolsa de gusanitos cuesta 0,80 €. Una bolsa de patatas cuesta 2 €. Una caja de rotuladores cuesta 8,5 €. Me he comprado la caja de rotuladores, aunque era lo más caro, y otra cosa. Me ha sobrado dinero. ¿Qué me he comprado? "

37.- Mezclar el/los enunciado/s de varios problema/s. Se presenta un problema cuyo enunciado es un sinsentido porque se ha desordenado, o se presentan dos enunciados mezclados. Se da al alumno lo necesario para que pueda ordenarlos sin ambigüedad alguna y resolver el/los problema/s.

** Se han mezclado dos enunciados. Sabiendo que los dos problemas tienen la misma solución, escribid los enunciados para que se correspondan con sus respectivas preguntas.

"Ayer de lectura 682 € más que Julio. Cada 87 €. Javier tiene 32. Pagué bolígrafo con cuatro libros. Julio un libro y compré. 6 me costó cada billete de 20 €. billetes de 500 euros y 30 bolígrafos tiene €."

¿Cuánto dinero me devolvieron? ¿Cuántos €. tienen entre los dos?

38.- Mezcla de los procesos de resolución de dos problemas. Se presentan dos problemas distintos. Se mezclan los procesos de resolución. La labor del alumno consiste en identificar cada proceso con el problema correspondiente.

** Completa el enunciado, según corresponda.

Te escribimos a continuación, sin respetar un orden, las operaciones que permiten resolver correctamente estos dos problemas. Todas y cada una de estas operaciones son necesarias.

$$16 + 1 = 17; 8 \times 4 = 32; 15 : 5 = 3;$$

$$32 : 2 = 16$$

$$2000 - 1992 = 8; 32 - 17 = 15; 12 - 7 = 5;$$

$$32 \times 2 = 64; 3 \times 2 = 6$$

PROBLEMA 1

En un pueblo hay 16 matrimonios recién casados, un matrimonio que lleva 56 años casado y otros matrimonios. En este pueblo nacen ___ niños al trimestre y sólo dos. Si consideramos esta información el día 1 de enero de _____, ¿cuántos niños habrán nacido hasta el 1 de enero del año _____?

PROBLEMA 2

En un pueblo tienen _____ fiestas al año. Los primeros _____ meses tienen la _____ de las fiestas más una y en cada uno de los meses restantes tienen _____ fiestas.

¿Cuántas fiestas tienen en agosto y septiembre?

39.- Cambiar las preguntas de un problema por una, y sólo una. Se presenta un problema con varias preguntas. La labor del alumno consiste en buscar una sola en cuyo proceso de resolución se contesten las demás.

** Juan obtuvo 100 puntos, Pedro obtuvo 80 puntos y Marta obtuvo 200 puntos. ¿Cuántos puntos obtuvo Juan más que Pedro? ¿Cuántos puntos obtuvo María más que Pedro?

De composición. Ayudan a ver el problema como un todo. Emisión de juicios a partir de relaciones múltiples. Desarrollan la memoria, la observación y la capacidad de demostración; ir hacia atrás y pensamiento reversible. Permiten la autocorrección. Conciencia de la necesidad de lectura tantas veces como sea necesaria. Utilización de método de análisis, de síntesis y de análisis-síntesis.

MODELOS DE COMPOSICIÓN:

40.- Componer el/los enunciado/s de varios problema/s a partir de todos/algunos de los datos que se ofrecen, y resolver la situación problemática. Se presentan enunciados tal que desde esa forma de presentación se encuentran incompletos para dar respuesta a su pregunta. Se presentan fuera del problema una serie de datos. La realización de la actividad consiste en elegir el lugar necesario de los datos para resolver el problema.

** Necesitamos un detective numérico. A los dos problemas siguientes se les han borrado los datos. Se sabe cuáles son, pero no dónde estaban. Juega a ser detective colocando los datos según corresponda.

Datos: 3/21/ 18/6/8/108/48

A) En... muebles, exactamente iguales, hay un total de... estanterías. ¿Cuántas estanterías hay en... de esos muebles? Sol.: Un dato del problema B.

B) Un panadero forma dos filas de cestas de pan poniendo en la primera fila menos cestas que en la segunda. En la primera fila pone... cestas con... barras de pan en cada una de ellas y en la segunda fila pone... cestas con... barras de pan en cada una de ellas... ¿Cuántas filas de pan hay en la primera fila de cestas más que en la segunda?

Sol.: Un dato del problema A.

** Sabiendo que el problema debe ser representativo de la vida real, completa los datos que faltan, eligiéndolos de los que se presentan (no todos sirven), y escribe la pregunta que se corresponde con cada solución.

Datos: 5, 10, 6, 8, 7

La señora A compra... kilos de patatas. Cada kilo de patatas le cuesta... €. Compra, también... kilos de tomates. Cada kilo de tomates le cuesta... €. Paga las patatas y los tomates con un billete de... €.

¿...? Sol.: 5,34 €. ; ¿...? Sol.: 7,61 €. ¿...? Sol.: 1,71 €. ; ¿...? Sol.: 12,95 €.

41.- Completar los datos del enunciado de un problema a partir del proceso de resolución. Se presenta un problema resuelto, de cuyo enunciado se han borrado los datos y se ha dejado el espacio correspondiente para que el alumno lo complete según corresponda.

** Escribe los datos que faltan en el enunciado para que el problema esté bien resuelto:

"Sofía se compra... sobres de cromos. En cada sobre tienen que venir... cromos, pero por un error de fábrica a Sofía le han dado... sobres vacíos. ¿Cuántos cromos tiene Sofía?"

17 - 3 - 14; 14x7-98. Sofía tiene 98 cromos. ** Completa el enunciado, atendiendo a la resolución de sus dos preguntas.

" En el Carte Onglés todas las carteras cuestan más de 50 €. Una cartera de la marca... cuesta... €. Una cartera de la marca... cuesta., € más que una cartera de la marca C. Una cartera de la marca C cuesta... €. El día... de... el Carte Onglés de Noya vende... carteras, de las que... son de la marca... y... son de la marca... y el resto de la marca..".¿Cuánto dinero se recaudó con la venta de las carteras de la marca A?

$10,2 + 7,5 = 17,7$; $20,7 - 17,7 = 3,0$; $30 \times 83,96 = 251.880$ €. Recaudó 2518,80 €.

¿Cuánto dinero recaudó el día 18 de septiembre el Carte Onglés de Noya con las carteras que vendió de la marca B?

$5.950 + i .050 = 7.000$; $102 \times 7.000 = 714.000$ €. Recaudó: 714.000 €.

42.- Completar los datos del enunciado de un problema a partir de la solución de éste. Se presenta un problema indicando su solución. De su enunciado se han borrado los datos y se han dejado los espacios en blanco. El alumno completará el enunciado según corresponda.

** Completa lo que falte en el enunciado, según corresponda, para que las respuestas sean correctas:

" A una panadería llevan 87 barras de pan sin sal y ... barras de pan con sal. La panadería vende 182 barras de pan con sal y vende... barras de pan sin sal."

¿Cuántas barras ha vendido en total la panadería? 251 barras.

¿Cuántas barras llevaron a la panadería? 282 barras.

De interconexión. Extensión de las ideas. Apertura mental en la aplicación de los conceptos y operaciones. Desarrollo de la originalidad, imaginación y creatividad. Aportan componentes de interdisciplinariedad y transversalidad. Ayudan a reflexionar sobre la lógica que ha operado en el razonamiento del proceso de resolución de un problema y a distinguir entre lo necesario y lo suficiente.

MODELOS DE INTERCONEXIÓN;

43.- Inventar un problema con un vocabulario específico dado, y resolverlo. Se le da al alumno el vocabulario que debe utilizar en la invención.

** Inventa un problema en el que incluyas el siguiente vocabulario, y resuélvelo.

Enunciado: "doble", "radiador", "abril". Pregunta: "mes", "día", "agua".

44.- Inventar un problema con un vocabulario específico y la operación/es que debe utilizarse para su resolución.

** Inventa un problema en el que incluyas el siguiente vocabulario, y resuélvelo mediante una multiplicación y una suma.

Enunciado: "doble", "radiador", "abril". Pregunta: "mes", "día", "agua".

45.- Inventar un problema con un vocabulario específico y la solución dada.

** Inventa y resuelve un problema que cumpla las siguientes condiciones: Enunciado:

"tecnología", "manufacturados", "bienestar". Pregunta: "obreros", "exportación". Sol.: 12,50 €.

46.- Resolver problemas que se presentan de forma completa, cuya resolución favorezca la aplicación de los conceptos, operaciones y relaciones lógicas a las necesidades habituales de desarrollo personal, convivencia y relación con el entorno con solución única, sin solución definida, con varias soluciones.

** Un matrimonio va al mercado. Este matrimonio tiene cuatro hijos y comen ahora doce kilos de naranjas por semana, ni más, ni menos; sólo doce. Hay una oferta de naranjas de la clase A: una caja de 40 kilos, 38,40 €. Les parece una oferta interesante cuando comparan el precio de las naranjas de la clase B: una bolsa de 8 kilos, 12,80 €. Se sabe que las naranjas de la clase B son mejores que las naranjas de la clase A. Se sabe que las naranjas de cualquier clase duran exactamente dos semanas. Este matrimonio está indeciso, quiere tardar el mayor tiempo posible en volver a comprar naranjas y ahorrar el mayor dinero posible en la compra que haga de naranjas. ¿Podrías aconsejarles: naranjas de la clase A o naranjas de la clase B?

** Yo nací unos años después de que mis padres se casaran. Un año en el que la suma de sus cifras era 18, igual que cuando cumplí los 18 años. Y 18 sumaban las cifras del año en el que mis padres se casaron. Mi padre nació en 1932 y es un año mayor que mi madre. ¿Cuántos años tendré en el año 2020?

** Escribe tu nombre en los espacios punteados y resuelve el problema. Raquel y... van a jugar al amigo desconocido.

Para ser amigo de Raquel tienes que ir a su cumpleaños. Para ello Raquel te escribe la siguiente carta:

Madrid, martes 27 de diciembre de 1994 Querido posible

amigo:

Me llamo Raquel y vivo en la calle Huertas, 20. Piso 4ºA. No tengo más de trece años. Nací un sábado día 18 y un domingo cumplí un mes. Tengo un hermano pequeño de ocho años al que quiero mucho. Espero conocerte el día de mi cumpleaños. Como me gustan mucho los bombones, tráeme tantos como años cumplas.

Un beso.

... tiene que ir a casa de Raquel el ... día ... de ... de ... Y llevar ... bombones.

47.- Seleccionar la información necesaria mediante la consulta de documentación. Se presenta una pregunta. Para encontrar su respuesta, se requiere la consulta de diccionarios, textos, enciclopedias... o, simplemente, salir al patio, husmear en los listados de alumnos del colegio... para recoger la información necesaria. Si los alumnos pertenecen a la Educación Primaria, es imprescindible facilitar el éxito de la búsqueda, en la que muchos de ellos perderían el tiempo sin rentabilizar el esfuerzo. Para ello, se pone a disposición del alumno una serie de fichas elaboradas por el profesor -adaptadas, en número y contenido, a la edad del alumno-, entre las que se pueda seleccionar y extraer los datos necesarios para resolver el problema. (Son también muy útiles para esta actividad los catálogos publicitarios de los grandes almacenes, que incluyen el precio de los artículos en venta: vestuario, alimentación, juguetes...)

** Se organiza el aula en cinco grupos entre los que se reparten, al azar, las informaciones que se presentan. El profesor, y sólo él, dispone de un conjunto de preguntas que se pueden responder a partir de esas fichas. El profesor escribe en la pizarra, de una en una, una cualquiera de las preguntas que se presentan a posteriori.

Cada grupo de alumnos irá leyendo las informaciones que, a su juicio, ayudan a encontrar la respuesta a la pregunta formulada.

INFORMACIÓN

Luis Paniego consiguió el récord al lograr colocar 1.029 ladrillos de 2 kg de peso cada uno en 45 minutos.

INFORMACIÓN

Melisa Sanders, de Estados Unidos, estuvo subida a un poste de 15 metros de altura durante 512 días. El anterior récord lo consiguió **Mark Sutton**, que estuvo 488 días.

INFORMACIÓN

La mayor banda musical se formó el 30 de mayo de 1990. Estaba compuesta por 950 músicos.

INFORMACIÓN

Ángel López tiene el récord de peluquero más barato. En 1971 el corte de pelo costaba 60 €, el afeitado 25 € y el corte de pelo a navaja 125 €.

INFORMACIÓN

El caracol más fuerte es de Vizcaya y se llama Hércules. Arrastró una piedra de 240 gr. una distancia de 42 cm. en 10 minutos. El anterior récord lo tenía "Chavalito", que consiguió arrastrar la piedra 38 cm.

INFORMACIÓN

Michel Hoveine, de nacionalidad francesa, tocó el órgano durante 32 horas seguidas.

- 1 ¿Cuántos años transcurrieron desde que se encontró al peluquero más barato hasta que se formó la mayor banda de música?
- 2 Si los músicos se organizaron en grupos de 25, ¿cuántos grupos formaban la mayor banda?
- 3 ¿Qué diferencia de longitud en cm. existe entre la distancia que consiguió arrastrar la piedra "Chavalito" y la altura a la que se subió Melissa Sanders?

1 Escribe la pregunta

¿...? Sol.: Luis Paniego.

- 5 ¿Cuánto dinero cobraría Ángel López en 1971 por 7 afeitados y 9 cortes de pelo a navaja?

5 Escribe la pregunta

¿...? Sol.: 576 horas.

- 7 Si dividimos el número de minutos seguidos que Michel Hoveine tocó el órgano por el número que representa el peso de la piedra que arrastró Hércules, obtenemos un número que coincide con la cifra de las unidades de un récord ya superado, ¿cómo se llamaba la persona que lo consiguió?

7 Escribe la pregunta

¿...? Sol.: 2.058.

48.- Resolver un problema que se presenta de forma distinta a la habitual. Una poesía, un caligrama, lenguaje gráfico: tablas, diagramas; un cuento breve...

** Observa los teléfonos de interés del pueblo de Perico.

BOMBEROS __ 9 1 2 3 POLICÍA LOCAL 3 4 9 13 2

POLICÍA NACIONAL 3 _ 9 3 _ _

CENTRO DE SALUD 3 4 9 2 _ _

POLIDEPORTIVO __ 2 1 _

AYUNTAMIENTO 3 4 9 3 2 1

Perico ha tenido mala suerte. Se le olvidó sacar la agenda de un pantalón que metió a la lavadora y se han borrado algunos números.

Pero Perico sabe que en su pueblo... Los teléfonos de interés tienen las mismas cifras. Que las tres primeras son siempre iguales. Que no hay dos números de teléfono iguales.

...y Perico no tiene ningún problema en:

- Hablar con el alcalde, ya que marcaría el número...
- Pedir hora para ir al médico, ya que marcaría...
- Saber si a las seis está libre la pista para jugar un partido de tenis, ya que marcaría...

¿Qué número debería marcar Perico si quisiese hablar con la Policía Nacional?

¿Con qué número de teléfono se obtiene mayor resultado al sumar sus cifras?

** ¿En qué número está pensando el poeta?

Mi cabeza está pensando, bajo el sol y con sombrero, un número curioso. ¿Quién lo adivina el primero?

Si lo divido por dos, el resultado es par. Y también menor que diez. Juega conmigo a pensar, que al dividirlo por tres. Dos menos me quedarán.

49.- Relación entre lógica y matemática.

** En una calle y sólo en una todos los números son números pares.

En la calle A: No todos los números son pares.

B: Algunos números son pares.

C: Ningún número es par.

D: Son pares todos los que son pares.

E: Dos números suman 57.

F: Si sumo los números de esta calle dos a dos siempre me da un número par. G: No hay ninguno que haya en la calle C.

H: Todos los números se pueden dividir exactamente por dos y también todos se pueden dividir exactamente por tres.

¿Qué letra representa a la calle en la que todos los números son pares?

** Atendiendo a las siguientes verdades:

Verdad 1: $P = W + M \times Q$

Verdad 2: $L - W = 0$ (cero)

Verdad 3: $A = V \times S + T \times P$

Verdad 4: $B \times R = L$

Verdad 5: $S = L + Q \times K$

Verdad 6: $H < K$

Demuestra la verdad o falsedad de las siguientes expresiones:

$S > W + K \times Q$

$S - (B \times R) < H \times Q$

** Calcula y completa con las letras el cuadro, según corresponda, sabiendo que cada letra representa un resultado, que cada resultado se corresponde con un contenido y sólo uno de los expresados en el cuadro.

- A) $1.300.007 - 527.009$; B) $54.321 - 9.812$; C) 376×8 ;
 D) $6.789 + 137.500 + 798$; E) 48×37 ; F) $6 + 5.002 + 137.005$;
 G) 736×17 ; H) $9.900 - 8.899$; I) $11.789 + 521 + 11$.

La suma de las cifras de este resultado es múltiplo de tres.	Las cifras de las centenas de mil, y decenas de mil, coinciden en este resultado.	Este resultado tiene el menor número posible de centenas de mil.
La cifra de las unidades de este resultado se puede expresar como potencia de exponente mayor que 1.	Este resultado tiene, al menos, dos ceros intercalados.	Si le restamos 9 a este resultado sería múltiplo de 500.
La suma de las cifras de este resultado es un número primo.	Este resultado es un número capicúa.	El resultado tiene cinco cifras.

3. ...Y MAS EJEMPLOS

CONTENIDO Y DESARROLLO AL QUE SE PUEDE LLEVAR UN DETERMINADO MODELO

Metamodelo: De transformación.

Modelo: 36.- Cambiar los datos de un problema, o problemas, dentro del mismo, o entre ellos.

Situación-tipo: (9 años) Resuelve el siguiente problema, sabiendo que los datos numéricos puede que estén, o no, donde corresponde.

"A las 8 en punto de la mañana del día 7 de abril me llamaron por teléfono. A esa hora sólo me faltaba desayunar para salir de mi casa. La conversación duró 20 minutos. Yo necesito, siempre, 1/2 hora para llegar al colegio, que se encuentra a 37 metros de mi casa. En este colegio se entra todos los días a las 15'00 en punto. Me fui sin desayunar. Sin embargo, llegué tarde por esa llamada de teléfono. En este colegio anotan los segundos que te retrasas. ¿Cuántos segundos me anotaron ese dichoso día de abril?"

Desarrollo:

- ¿A que hora se entra al colegio, habitualmente?
- ¿Aparece ese dato en el problema? ¿Por qué?
- ¿Que datos de los que aparecen en el problema son posibles para la hora de entrada al colegio?
- ¿A qué distancia se encuentra su casa del colegio?
- ¿Qué tardarías tú en recorrer esa distancia?
- ¿Por qué llegó tarde?
- ¿Le llamaron por teléfono antes o después de llegar al colegio?
- ¿Cuántos días tiene el mes de abril?
- ¿Qué palabras del problema representan medidas de tiempo?

Extensión: Una vez resuelto el problema y sobre la perfecta colocación de los datos:

- * ¿Hubiese llegado tarde al colegio si la conversación telefónica hubiera durado diez minutos menos?
- * ¿Cuánto hubiese tardado en llegar al colegio en el supuesto anterior?
- * ¿Es posible que el día 21 del mes que habla el problema fuese domingo?
- * Sabiendo que en desayunar tarda, siempre, 8 minutos, ¿cuántos minutos menos hubiese tenido que durar la conversación para que, desayunando, hubiese llegado a tiempo al colegio?
- * ¿Qué preguntaría con relación al problema para que la respuesta fuese: 23 minutos; 3 minutos; No siempre; ¡No!, siempre?

Conclusiones predecibles:

- 1* Importancia de las magnitudes que se expresan.
- 2* Lectura atenta del problema tantas veces como sea necesario.
- 3* La pregunta da pistas para la solución del problema; no se puede ignorar.
- 4* Ningún dato de un problema se pone al azar.
- 5* Atención a la secuencia lógica temporal del contenido que expresa.
- 6* No todos los datos del problema se utilizan para su resolución.
- 7* Las predicciones que se hagan tienen que estar en relación lógica con la posibilidad real del suceso.
- 8* Hay que distinguir lo imposible de lo posible. Y, dentro de lo posible, lo probable de lo improbable, hasta conseguir, pensando, lo que es seguro.
- 9* Un error de cálculo puede hacer que rechacemos una idea válida.

De estas conclusiones tiene que ser consciente el alumno. El profesor únicamente informará de ellas cuando las haya reconocido en el vocabulario del niño.

Así, para la conclusión que hemos identificado con el número 7, podríamos escuchar algo parecido a esto: "Que cuando dices pues, entonces, son 1.500 minutos pues... eso no puede ser porque nadie se tira 1.500 minutos hablando"

Secuenciación de situaciones:

- 1.- Cambiar los datos de un enunciado, y sólo uno, dentro del mismo enunciado.
 - 1.1.La solución del problema es literal.
 - 1.1.La solución del problema es numérica y el proceso de resolución es unioperacional.
 - 1.2.La solución del problema es numérica y el proceso de resolución es multioperacional.
 - 1.2. La solución del problema es literal y la resolución requiere operaciones matemáticas.
- 2.- Extraer los datos de un enunciado, y sólo uno.
- 3.- Cambiar los datos de dos enunciados, entre ellos.
- 4.- Extraer los datos de dos enunciados.

Algunos desafíos:

(8 años) Ningún dato numérico del siguiente problema está donde le corresponde. Resuelve el problema.

"Tengo 10 €. Una bolsa de gusanitos cuesta 0,80 €. Una bolsa de patatas cuesta 2,00 €. Una bolsa gigante de pipas cuesta 8,5 €. Me he comprado la bolsa de pipas, aunque era lo más caro, y otra cosa. Me ha sobrado dinero. ¿Qué me he comprado?"

(9 años) Ninguno de los datos numéricos subrayados del siguiente problema está donde le corresponde. Resuelve el problema.

"Mis dos hermanos y yo estamos leyendo el mismo libro. Yo he leído 53 páginas de las 10 que tiene el libro. Mi hermano Alberto ha leído 36 páginas menos que Jaime. Y Jaime ha terminado de leer la página 193. ¿Cuántas páginas del libro le quedan por leer al que más adelantada lleva la lectura?"

(11 años) Necesitamos un detective numérico. A los dos problemas siguientes se les han borrado los datos. Se sabe cuáles son, pero no dónde estaban. Juega a ser detective colocando los datos según corresponda.

Datos: 3/21/18/6/8/108/48

A) En... muebles, exactamente iguales, hay un total de... estanterías. ¿Cuántas estanterías hay en... de esos muebles?

Sol.: Un dato del problema B.

B) Un panadero forma dos filas de cestas de pan, poniendo en la primera fila menos cestas que en la segunda. En la primera fila pone... cestas con... barras de pan en cada una de ellas y en la segunda fila pone... cestas con... barras de pan en cada una de ellas. ¿Cuántas filas de pan hay en la primera fila de cestas más que en la segunda ?

Sol.: Un dato del problema A.

4. UN PAR DE JUEGOS

EL JUEGO DE LOS CINCO SOBRES

Se tienen cinco sobres: El sobre de las PALABRAS, el sobre de las PREGUNTAS, el sobre de las OPERACIONES, el sobre de los DATOS y el sobre de las SOLUCIONES. En el sobre de las "palabras" iremos introduciendo palabras cuyo significado represente conceptos de interés

matemático; así, por ejemplo, decena, mitad, número primo, múltiplo, perímetro... En el sobre de las "preguntas" se introducen siete papeles en los que se escriben las siguientes preguntas (una en cada uno de ellos): ¿Quién/es...? ¿Cómo...? ¿Dónde...? ¿Qué...? ¿Cuántos...? ¿Por qué...? ¿Cuándo...?. En el sobre de las "operaciones" se introducirán 5 papeles en los que se podrá leer: una operación, dos, tres, cuatro, sin operación. En el sobre de los "datos", dos papeles: Se utilizan todos los datos; No se utilizan todos los datos. En el sobre de las "soluciones", dos papeles: Solución literal, Solución numérica. En los cuatro últimos sobres, además de los papeles señalados, habrá en todos y cada uno de ellos un papel en blanco (representará la decisión libre).

El juego consiste en inventar en pequeños grupos un problema que cumpla unas condiciones. Estas condiciones serán las que indiquen los papeles que, al azar, se caquen de los sobres. Del sobre de las "palabras" se sacan tantos papeles como se acuerde en el grupo. De los sobres restantes se saca uno y sólo uno. Si sale un papel blanco el grupo decide libremente, y sin imposición alguna, sobre la condición que representa ese sobre.

Supongamos, por ejemplo:

Palabras: "decena", "mitad"

Preguntas: ¿Qué,..?

Operaciones: Sin operación

Datos: No se utilizan todos los datos

Solución. Literal

En este caso se trataría de inventar un problema en cuyo enunciado aparecieran, entre otras, las palabras "decena" y "mitad"; cuya pregunta empezara por "qué"; que se resolviera sin operación alguna y sin utilizar todos los datos que aparecen en el enunciado y cuya solución fuera literal. Por ejemplo: "El lunes Javier empaquetó la mitad de un número entero de decenas de huevos, y para ello necesitó 5 cartones. Laura tuvo que empaquetar, al día siguiente, los huevos que no empaquetó Javier el día anterior. ¿Qué día empaquetó Laura los huevos?"

En la medida en que el alumno adquiriera nuevos conocimientos matemáticos, se acordarán nuevas reglas o se introducirán más papeles. Así, por ejemplo, en el sobre de los "datos" dos nuevos papeles: Datos numéricos mayores que el número uno; Datos numéricos menores que el número uno.

EL JUEGO DE LAS CINCO CARTAS, MÁS UNA

De una baraja de cartas española se extraen, al azar, cinco cartas que se colocarán formando una fila. Después se extraerá una carta más que se situará en otra fila.

El juego consiste en inventar un problema, teniendo en cuenta que los números de las cinco primeras cartas representan los datos numéricos del enunciado -que necesariamente hay que utilizar en el proceso de resolución-, y que el número de la última carta extraída indica la solución del problema.

Este juego tiene muchas alternativas que el profesor adaptará fácilmente a la edad del alumno. Una, interesante, consiste en extraer dos cartas últimas, además de las cinco primeras. Los números de las dos últimas cartas actuarán como cifras para indicar el número de la solución del problema; una carta representará las unidades y la otra, las decenas. También podríamos jugar desde otra alternativa: la solución del problema vendrá dada por un número que se corresponde con el resultado de aplicar a los números de las dos últimas cartas una operación matemática cualquiera (elegida por el alumno).